

استخراج عروق خونی از تصاویر MRA توسط الگوریتم رشد ناحیه مبتنی بر یک کشش کنتراست غیرخطی جدید و قاب شرلت‌ها

مهدی میرزافام^۱ و ناصر آقازاده^۲

چکیده

در رشد ناحیه فرآیند قطعه بندی باینری تصویر است که با داشتن پیکسل‌هایی به عنوان بذر، پیکسل‌های مشابه و متصل به آنها به ناحیه اضافه می‌شود و در نهایت تصویری باینری که شامل شی یا اشیاء هدف است ارائه می‌کند. تا به حال روش‌های قطعه‌بندی باینری زیادی برای استخراج شی هدف ارائه شده‌اند که ایراد مشترک همه آنها این است که استخراج شی هدف را به صورت کامل انجام نمی‌دهند. قاب‌ها به عنوان تعمیمی از پایه‌های متعامد کمتر در این الگوریتم‌ها استفاده شده‌اند. در این مقاله ابتدا یک تابع کشش کنتراست غیرخطی جدید معرفی می‌شود و سپس بر اساس این تابع کشش کنتراست و با استفاده از قاب شرلت‌ها بذره‌های صحیح مربوط به الگوریتم رشد ناحیه را شناسایی کرده و سپس الگوریتم رشد ناحیه را روی تصویر اعمال می‌کنیم. نتایج ارائه شده روی تصاویر مصنوعی شبیه‌ساز عروق و تصاویر واقعی پزشکی، برتری این روش را نسبت به روش‌هایی که اخیراً ارائه شده‌اند، نشان می‌دهد.

کلیدواژه‌ها

قطعه‌بندی باینری، رشد ناحیه، قاب شرلت‌ها، استخراج عروق، تصاویر پزشکی

۱ مقدمه

درست قطعه‌بندی شده و استخراج صحیح عروق، در آینده می‌توان ربات‌ها را نیز در مسیر جراحی بیماران وارد کرد.

تصاویر MRA^۱ ویژگی‌هایی دارند که کار قطعه‌بندی آنها را مشکل می‌کنند:

عروق متنوعی از نظر شدت روشنایی و ضخامت در تصاویر وجود دارند.

در برخی از تصاویر بریدگی‌های نادرست در عروق وجود دارد.

در این تصاویر عروق پیچشی و روی هم افتاده وجود دارند.

در برخی از این تصاویر رگ‌های خمیده وجود دارند که شدت روشنایی محل خمیدگی رگ‌ها نزدیک به پس زمینه هستند.

اغلب این تصاویر دارای کنتراست (تضاد رنگی) پایینی هستند.

در اغلب این تصاویر عروق دارای ساختار شاخه‌ای هستند.

تصویربرداری پزشکی در واقع یک روش غیرتجانسی برای مشاهده و بررسی بافت‌های داخلی بدن است. قطعه‌بندی عروق خونی در تصاویر پزشکی مخصوصاً تصاویر آنژیوگرافی تشدید مغناطیسی (MRA) مغز و گردن موضوع بسیار مهمی است که با مطالعه و ارائه راهکار برای آن، کمک خوبی برای پزشکان در مسیر درمان بیماری‌ها خواهد بود. همچنین با کمک تصاویر

این مقاله در اردیبهشت‌ماه ۹۸ دریافت، در شهریورماه ۹۹ بازنگری و در مهرماه همان سال پذیرفته شد.

^۱ دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، گروه ریاضی کاربردی، آزمایشگاه پردازش تصویر

رایانامه: m.mirzafam@azaruniv.ac.ir

^۲ دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، گروه ریاضی کاربردی، آزمایشگاه پردازش تصویر

رایانامه: aghazadeh@azaruniv.ac.ir

^۱Magnetic Resonance Angiography

ناهمگنی شدت روشنایی بین عروق و برخی بافت‌های دیگر تصویر وجود دارد.

در طول فرآیند تصویربرداری عوامل مزاحمی مانند نویز و بلور نیز به تصویر افزوده می‌شوند که مساله قطعه‌بندی این تصاویر را مشکل‌تر می‌کنند.

ویژگی‌های تصاویر MRA به همراه عوامل مزاحم افزوده شده به آنها در طول فرآیند تصویربرداری و انتقال، حل مساله قطعه‌بندی را چالش برانگیز کرده است. حال با وجود این همه عامل که مانعی بر سر راه حل این مساله هستند، روش کارآمد روشی است که از عهده آنها برآمده و جواب معقول‌تری از قطعه‌بندی عروق ارائه نماید.

هدف این مقاله استخراج عروق خونی از تصاویر MRA مغز و گردن است مخصوصاً عروقی که دارای شدت نزدیک به پس‌زمینه بوده و لبه‌های ضعیفی داشته باشند. روش‌های ارائه شده قبلی در استخراج این عروق خوب عمل نکرده‌اند. قطعه‌بندی تصاویر MRA و استخراج عروق خونی از آنها کاربردهای مختلفی می‌تواند داشته باشد:

- ارزیابی بیمار قبل از عمل جراحی
- کشف بافت‌های غیرنرمال مانند گرفتگی عروق
- برنامه‌ریزی پزشک برای جراحی
- جراحی توسط ربات‌ها

روش‌های قطعه‌بندی را که براساس ویژگی‌های مکانی تصویر کار می‌کنند می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

۱. روش‌های مبتنی بر لبه
۲. روش‌های مبتنی بر ناحیه
۳. روش‌های مبتنی بر شدت روشنایی

روش پیشنهادی می‌تواند یک روش ترکیبی باشد چون از لبه‌های تصویر و شدت روشنایی پیکسل‌ها در انتخاب نقاط بذر و از الگوریتم رشد ناحیه برای قطعه‌بندی کمک می‌گیرد.

در سالهای اخیر روش‌های زیادی برای قطعه‌بندی عروق در تصاویر MRA ارائه شده‌اند [۱] تا [۱۱] و دو مقاله [۱۲، ۱۳] مرور گسترده‌ای روی این روش‌ها انجام داده است. توضیح مختصری از هر کدام از رویکردها را در زیر می‌آوریم.

مدل‌های دگر دیس‌پذیر، که ابتدا برای تصاویر کلی معرفی شدند، برای قطعه‌بندی عروق نیز بکار برده شد [۳، ۵، ۸، ۱۰، ۱۱]. این روش‌ها از یک منحنی به عنوان تخمین اولیه از مرزهای شی هدف شروع شده و سپس با تغییر شکل آن بصورت تکراری، به مینیمم سازی تابع و وابسته به همواری و ساختار سطح می‌پردازند. مدل‌های دگر دیس‌پذیر غیرضمنی [۴۱] ایراداتی مثل محاسبات غیردقیق نرمال و انحنا و پیچیدگی محاسباتی بالایی دارد. لذا تکنیک سطح تراز، معروف به مدل دگر دیس‌پذیر ضمنی، معرفی شد. چندین استراتژی قطعه‌بندی با استفاده از سطح تراز برای ساختارهای لوله‌ای-شکل معرفی شدند [۶، ۹، ۴۲، ۴۳] این روش‌ها نیز هزینه محاسباتی بالایی دارند. روش [۸] که برای

داده‌های حجمی ارائه شد، در تشخیص عروق نازک با شدت روشنایی نزدیک به پس‌زمینه ناموفق ظاهر شد [۱۷]. مدل ارائه شده در [۵] یک مدل دگر دیس‌پذیر هندسی است که برای قطعه‌بندی ساختارهای لوله‌ای-شکل ارائه شد. این روش تابع فاصله اولیه را بصورت تکراری و وابسته به یک PDE حاصل از یک مدل تغییراتی تغییر شکل می‌دهد. این روش از یک تانسور انتشار مناسب برای کنترل جهت داری ساختارهای لوله‌ای استفاده می‌کند و به همین دلیل توانایی قطعه‌بندی ساختارهای هم‌پوشان، بهم پیچیده و پیچشی را دارد. با این حال روش آنها نیز در تشخیص عروق با لبه‌های ضعیف و آلوده به نویز و ماتی عملکرد خوبی ندارد.

روش قطعه‌بندی عروق مبتنی بر یادگیری عمیق در [44] پیشنهاد شد. این روش مساله را به عنوان یک مساله دسته‌بندی پیکسل‌ها حل کرد. مدل ارائه شده در [45] از داده کراس مدالیته از تصویر شبکه به نقشه عروق بهره برد و نقشه برچسب را از بسته پیکسل‌های تصویر گرفت. ایراد این روش این است که در قطعه‌بندی تصاویر نویزدار و ناحیه‌های آسیب دیده موضعی با شکست مواجه می‌شود که علت آن عدم استفاده از اطلاعات سرتاسری می باشد و به خاطر مراحل تربیت و تست داده پیچیدگی محاسباتی زیادی دارد.

نویسندگان مقاله [46] مساله قطعه‌بندی عروق شبکه را به عنوان مساله مرزبانی حل کردند. آنها از یک سیستم جدید یادگیری عمیق به نام دیپ وسل استفاده کردند که در آن از یک شبکه عصبی پیچشی و یک میدان تصادفی پیچشی استفاده شده است. روش پیشنهادی در [47] از یو-نت [48] به عنوان بهترین چهارچوب یادگیری عمیق برای قطعه‌بندی تصاویر زیست پزشکی استفاده کرد. ایراد مشترک همه این روش‌ها استفاده از تربیت داده هاست که ممکن است داده‌های قبلی به عنوان دانش قبلی همه جا در دسترس نباشد و همین مرحله تربیت داده‌ها پیچیدگی محاسباتی آنها را بالا می‌برد.

در کنار همه این روش‌ها، رویکردهای جدید مبتنی بر موجک ها و قاب‌های تنگ برای قطعه‌بندی و دسته‌بندی بافت‌ها ارائه شده است [۴۹، ۵۰]. مدل مینیمم‌سازی ارائه شده در [۴] به جای استفاده از نرم مجموع تغییرات، از نرم ۱ ضرایب فریملت‌ها^۱ استفاده کرد. این مدل نسخه محدب مدل کانتور فعال چان-وس^۲ [۱] است. به همین دلیل ویژگی تقسیم‌بندی مینیمال مدل چان-وس و مزایای آنالیز چند دقتی^۳ سیستم‌های قاب تنگ^۴ را دارد. مدل [۴] توانایی خوبی در قطعه‌بندی ساختارهای پیچیده دارد ولی در تشخیص عروق نازک با شدت نزدیک به پس‌زمینه با شکست مواجه می‌شود [۱۷].

¹ Framelets

² Chan-Vese

³ Multi Resolution Analysis

⁴ Tight-Frame

روش RG این است که اولاً این روش از ریاضیات ساده‌ای برخوردار است و لذا به تبع آن پیچیدگی محاسباتی کمتر و سرعت الگوریتم بالاتری خواهد داشت. ثانیاً در نتیجه قطعه‌بندی این روش، عروق تشخیص داده شده همگی صحیح‌اند. تنها ایراد این روش این است که عروق دارای شدت روشنایی نزدیک به پس‌زمینه و دارای لبه‌های ضعیف را تشخیص نمی‌دهد که با الگوریتم پیشنهادی در این مقاله تا حد قابل قبولی این مشکل حل شده است.

ما نتایج تکنیک پیشنهادی خود را با نتایج روش‌های TFA، TFAE و SA مقایسه کرده‌ایم. همانطور که در بخش نتایج خواهید دید، الگوریتم پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به روش‌های دیگر دارد. تکنیک پیشنهادی به دلیل انتخاب بذره‌های اولیه مناسب به کمک تابعی که شرلت‌ها در آن نقش نویزگیری را برعهده دارند، در مقابل نویز موجود در تصاویر مقاوم بوده مرزهای عروق را هموارتر می‌کند. همگرایی روش SA طی یک قضیه اثبات شده است و همگرایی تکنیک پیشنهادی از همگرایی دو روش SA و RG نتیجه می‌شود.

بخش‌های اصلی مقاله ما به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲ در مورد قاب‌ها و شرلت‌ها توضیح می‌دهیم. در بخش ۳ کارهای مرتبط اخیر را توضیح می‌دهیم. در بخش ۴ کشش کنتراست غیرخطی جدید خود را معرفی کرده و یک نسخه اصلاح شده از روش TFA را ارائه کرده و در نهایت بر اساس این دو یک تکنیک قطعه‌بندی کارآمد پیشنهاد می‌کنیم. در بخش ۵ الگوریتم خود را روی تصاویر دو بعدی مصنوعی و واقعی تست کرده و با نتایج الگوریتم‌های TFAE، TFA و SA^۶ مقایسه کرده‌ایم و نهایتاً در بخش ۶ نتیجه‌گیری را انجام داده و نحوه توسعه روش در آینده را مشخص کرده‌ایم.

۲ قاب‌ها

فرض کنیم $\mathcal{H}$ یک فضای هیلبرت باشد، دنباله‌ی $\{u_i\}_{i \in I}$ یک قاب است اگر ثابت‌های C_1, C_2 چنان موجود باشند که

$$\forall f \in \mathcal{H}; C_1 \|f\|_{\mathcal{H}}^2 \leq \sum_{i \in I} |\langle f, u_i \rangle|^2 \leq C_2 \|f\|_{\mathcal{H}}^2 \quad (1)$$

حال اگر $C_1 = C_2$ باشد آنگاه قاب را قاب تنگ گویند به عبارت دیگر اگر شرط زیر برقرار باشد

$$\forall f \in \mathcal{H}; \|f\|_{\mathcal{H}}^2 = C \sum_{i \in I} |\langle f, u_i \rangle|^2 \quad (2)$$

آنگاه دنباله یاد شده یک قاب تنگ نامیده می‌شود که در آن $C \in \mathbb{R}^+$ است.

حال اگر $C = 1$ باشد، قاب تنگ را قاب پارسوال گویند به عبارت دیگر اگر شرط زیر برقرار باشد

در [۱۷] نویسندگان یک الگوریتم جدید مبتنی بر قاب تنگ بی اسپلین برای قطعه‌بندی عروق پیشنهاد دادند که بازه شامل پیکسل‌های مرزی عروق را تخمین زده و بصورت تکراری آن را تقریب می‌کند. با استفاده از بازه تخمین زده شده در هر تکرار به تدریج پیکسل‌های مرزی را به عنوان عروق یا پس‌زمینه دسته‌بندی می‌کند. اخیراً چند روش قطعه‌بندی عروق بر مبنای قاب شرلت‌ها ارائه شده است [۱۴، ۱۵، ۵۱، ۵۲].

در این میان از قاب‌ها مخصوصاً از شرلت‌ها کمتر استفاده شده است. در [۱۴] از شرلت‌ها در نقش نویزگیری و هموارسازی و در [۱۵] از آنها به عنوان منظم‌ساز در یک روش چندکلاسی محذب استفاده شده است. در [۵۱] نویسندگان از شرلت‌ها به عنوان نویزگیر در گام پیش‌پردازش بهره برده اند. در مقاله [۵۲] یک روش قطعه‌بندی عروق شبکه‌ای با استفاده از تبدیل شرلت و فیلتر عدم تعیین پیشنهاد شده است که در آن کانال سبز تصویر شبکه چشم به حوزه نوتروسوفیک نگاشته می‌شود سپس فیلتر عدم تعیین برای حذف اطلاعات نامشخص روی تصویر حاصل اعمال می‌گردد و در نهایت عروق با استفاده از یک شبکه عصبی استخراج می‌گردد.

طبق مقایسه‌های موجود در [۱۴] و [۱۶] تا [۱۸] بین روش‌های موجود برای قطعه‌بندی عروق در تصاویر MRA نتایج این روش‌ها از همه بهتر بوده است. مولفان روش موجود در [۱۶] و [۱۷] را TFA^۱ و روش موجود در [۱۴] و [۱۸] را TFAE^۲ نامیدند که از این به بعد ما هم با این نام‌ها به این روش‌ها اشاره خواهیم کرد. چون از TFA در تکنیک خود بهره برده‌ایم لذا در بخش‌های بعدی TFA را توضیح خواهیم داد.

علاوه بر این روش‌ها، روش کلی رشد ناحیه^۳ نیز در [۱۹] آمده است که به شرط انتخاب بذره‌های اولیه مناسب، عملکرد خوبی خواهد داشت. ما به این روش در ادامه با نام RG رجوع خواهیم کرد و در بخش‌های بعدی آن را توضیح خواهیم داد.

در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر الگوریتم رشد ناحیه و یک تابع کشش کنتراست^۴ غیرخطی جدید و شرلت‌ها^۵ ارائه شده است. ما ابتدا برای بهبود عملکرد روش TFA به اصلاح بخش‌های اساسی آن می‌پردازیم و روش اصلاح شده را SA می‌نامیم. علت استفاده ما از الگوریتم رشد ناحیه این است که سیستم عروقی موجود در تصاویر MRA این ویژگی را دارد که در آن اغلب عروق متصل به هم هستند لذا اگر بذره‌های اولیه مناسبی در اختیار الگوریتم رشد ناحیه قرار گیرد نتیجه مطلوبی حاصل خواهد شد. علت استفاده از روش SA به عنوان شناسایی‌کننده بذره‌های اولیه

^۱ Tight-Frame based Algorithm

^۲ TFA with Eigenvectors

^۳ Region Growing

^۴ Contrast stretching

^۵ Shearlets

^۶ Shearlet based Algorithm

در سال‌های اخیر قاب کرولت‌ها^۱ و شرلت‌ها ارائه شده‌اند که یک تقریب تنک بهینه از تصاویر کارتونی^۲ ارائه داده‌اند به عبارت دیگر

$$\|f - f_N\|_{L^2}^2 \leq CN^{-2}(\log N)^3; N \rightarrow \infty \quad (9)$$

که در آن f_N تقریب غیرخطی تابع f به وسیله کرولت‌ها [۲۷] یا شرلت‌ها [۲۸] است که با برداشتن N ضریب بزرگتر از نظر اندازه ایجاد شده‌اند. شرلت‌ها به خاطر ویژگی‌های زیر برجسته تر از کرولت‌ها هستند [۲۶]:

- ساختارهای یکسانی در حالت گسسته و پیوسته دارند.
 - برآمده از یک گروه انتگرال‌پذیر مربعی هستند.
- شرلت‌ها کاربردهای فراوانی در پردازش تصویر دارند. برای مثال [۲۹] تا [۳۲] را ببینید. یکی از ویژگی‌های تبدیل شرلت آن است که می‌توان آن را با استفاده از تبدیل فوریه سریع پیاده‌سازی کرد.

۲-۱-۱ شرلت‌های پیوسته

اگر A_a را ماتریس مقیاس‌بندی سهموی و S_s را ماتریس برش به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$A_a = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \sqrt{a} \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}^+, S_s = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \quad (10)$$

آنگاه شرلت‌های پیوسته $\psi_{a,s,t}$ با مقیاس‌بندی، برش و انتقال تابع $\psi \in L_2(\mathbb{R})$ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\psi_{a,s,t}(x) = a^{-\frac{3}{4}} \psi(A_a^{-1} S_s^{-1}(x-t)) \quad (11)$$

که تبدیل فوریه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{\psi}_{a,s,t}(\omega) = a^{\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle \omega, t \rangle} \hat{\psi}(a\omega_1, \sqrt{a}(s\omega_1 + \omega_2)) \quad (12)$$

تبدیل شرلت پیوسته تابع $f \in L_2(\mathbb{R})$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SH_{\psi}(f)(a,s,t) = \langle f, \psi_{a,s,t} \rangle = \langle \hat{f}, \hat{\psi}_{a,s,t} \rangle \quad (13)$$

برای دیدن جزئیات بیشتر به [۲۶] رجوع شود. شرلت‌ها به روشهای مختلفی پیاده‌سازی شده‌اند [۳۳] و [۳۴] که تازه‌ترین آنها پیاده‌سازی با استفاده از شرلت‌های محمل‌فشرده است که جعبه‌ابزار مربوط به آن تحت عنوان شرلب ۴ در [۳۵] قرار دارد.

۳ پیشینه کار

در این بخش روش رشد ناحیه RG و روش TFA را توضیح می‌دهیم.

$$\forall f \in \mathcal{H}; \|f\|_{\mathcal{H}}^2 = \sum_{i \in I} |\langle f, u_i \rangle|^2 \quad (3)$$

آنگاه دنباله یاد شده یک قاب پارسوال خواهد بود و این معادل با فرمول بازسازی زیر است:

$$\forall f \in \mathcal{H}; f = \sum_{i \in I} \langle f, u_i \rangle u_i \quad (4)$$

در فضای اقلیدسی d -بعدی، اعضای قاب $i = 1, \dots, \tilde{d} \geq d; u_i$ را در سطریهای ماتریس A قرار می‌دهیم. دنباله $\{u_i\}_{i \in I}$ یک قاب است اگر فقط اگر A از مرتبه کامل باشد و دنباله $\{u_i\}_{i \in I}$ یک قاب پارسوال است اگر فقط اگر $A^T A = I_{\tilde{d}}$ باشد و دنباله $\{u_i\}_{i \in I}$ یک پایه متعامد است اگر فقط اگر $A^T A = I_d$ باشد. بدین معنی است که A ، تبدیل متناظر با ماتریس A ، دارای ویژگی بازسازی کامل است لذا تبدیل قاب پارسوال و معکوس آن به صورت زیر خواهند بود:

$$(\langle f, u_i \rangle)_{i=1}^{\tilde{d}} = Af, f = A^T (\langle f, u_i \rangle)_{i=1}^{\tilde{d}} \quad (5)$$

برای دیدن جزئیات بیشتر در مورد قاب‌ها [۲۰] تا [۲۲] را ببینید. الگوریتم‌های قاب بکار رفته در [۲۳] به فرم زیر هستند:

$$f^{(i+\frac{1}{2})} = \mathcal{U}(f^{(i)}) \quad (6)$$

$$f^{(i+1)} = A^T \mathcal{T}_{\lambda} \left(Af^{(i+\frac{1}{2})} \right)_{i=1,2,\dots} \quad (7)$$

که در اینجا $f^{(i)}$ یک جواب تقریبی در مرحله i -ام، $\mathcal{U}$ یک عملگر مربوط به مساله، A تبدیل قاب بکار رفته و $\mathcal{T}_{\lambda}(\cdot)$ عملگر آستانه‌گیری نرم موضعی می‌باشد که در ادامه تعریف آن را می‌آوریم. اگر $V = [v_1, \dots, v_n]^T$ و $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$ باشند آنگاه $\mathcal{T}_{\lambda}(V) = [\mathcal{T}_{\lambda_1}(v_1), \dots, \mathcal{T}_{\lambda_n}(v_n)]^T$ است که در آن

$$\mathcal{T}_{\lambda_k}(v_k) = \begin{cases} \text{sign}(v_k)(|v_k| - \lambda_k) & |v_k| > \lambda_k \\ 0 & \text{o.w} \end{cases} \quad (8)$$

است. λ_k را می‌توان با روش‌های مختلفی به دست آورد [۲۴]. انواع روش‌های آستانه‌گذاری در بخش نویزگیری [۲۵] آمده‌است. در واقع معادله ۶ یک نوع آماده سازی داده‌ها مربوط به مساله‌ای است که روی آن کار می‌کنیم و معادله ۷ نویزگیری تصویر به وسیله قاب موردنظر است.

۲-۱ شرلت‌ها

قاب موجک‌ها به دلیل ساختار همسانگردشان و اینکه به جهت لبه‌ها حساس نیستند، در تشخیص اشکال کارتونی مثل شکل هندسی تکین‌های خمیده عملکرد ضعیفی دارند و تقریب غیرتنکی برای یک تابع دوبعدی مثل تصویر، ارائه می‌دهند [۲۶].

¹ Curvelets

² Cartoon-like images

۳-۱ روش رشد ناحیه

هدف اصلی قطعه‌بندی، تقسیم یک تصویر R به ناحیه‌ها (R_i) است. قطعه‌بندی مبتنی بر ناحیه یک تکنیک برای تعیین ناحیه‌ها بصورت مستقیم است. فرمول‌بندی پایه آن به صورت زیر است:

$$\bigcup_{i=1}^n R_i = R \quad ۱.$$

۲. بازای هر $i=1, \dots, n$ ناحیه R_i متصل است.

۳. برای هر i, j متمایز داریم: $R_i \cap R_j = \emptyset$

۴. برای هر $i=1, \dots, n$ داریم: $P(R_i) = TRUE$

۵. برای هر R_i, R_j مجاور داریم:

$$P(R_i \cup R_j) = FALSE$$

که در آن $P(R_i)$ یک گزاره منطقی تعریف شده روی نقاط ناحیه R_i و $\emptyset$ نشانگر مجموعه تهی است. بند ۱ می‌گوید که قطعه‌بندی باید کامل باشد یعنی هر پیکسل باید در یک ناحیه قرار گیرد و هیچ پیکسلی بلا تکلیف نماند. ۲ یعنی نقاط هر ناحیه باید در جهت از پیش تعریف شده (۴-اتصال یا ۸-اتصال) متصل به هم باشند. ۳ یعنی ناحیه‌ها باید جدا از هم باشند. بند ۴ یعنی پیکسل‌های هر ناحیه باید همگن باشند (مثلاً هم‌شدت باشند). بند ۵ یعنی پیکسل‌های ناحیه‌های مجاور همگن نباشند.

روش رشد ناحیه یک روش قطعه‌بندی مبتنی بر ناحیه است. رشد ناحیه رویه‌ای است که پیکسل‌ها را براساس معیار از پیش تعریف شده برای رشد، در ناحیه‌ها گروه‌بندی می‌کند. این روش با شروع از نقاط بذری اولیه که توسط کاربر تعیین می‌شود، پیکسل‌های مشابه و مجاور بذرها را به ناحیه‌ها اضافه می‌کند. یعنی در هر مرحله پیکسل‌هایی به ناحیه افزوده می‌شوند که اولاً متصل به پیکسل‌های رشد یافته قبلی (که ابتدای این پیکسل‌ها همان بذرها هستند) بوده و ثانیاً شبیه بذرها باشد. انتخاب بذرها اغلب وابسته به مساله ما است. انتخاب معیار شباهت، نه تنها به مساله مورد نظر بلکه به نوع داده‌های تصویر موجود بستگی دارد.

الگوریتم رشد ناحیه (RG) بکاررفته در این مقاله به صورت زیر است:

- ورودی: تصویر داده شده f ، نقاط بذری که به صورت یک ماتریس S هم‌اندازه تصویر داده می‌شود و در محل نقاط بذری دارای مقدار ۱ و سایر درایه‌های آن ۰ هستند و سطح آستانه سراسری T یک اسکالر است که به عنوان یک آستانه سراسری بکارگرفته می‌شود تا مشخص کند که آیا پیکسلی در تصویر به اندازه کافی شبیه دانه‌ای است که با آن اتصال دارد یا خیر.

- یافتن تمام پیکسل‌های شبیه به بذرها با استفاده از معیار شباهت که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = \begin{cases} true, & |f(x, y) - seedvalue| \leq T \\ false, & otherwise \end{cases} \quad (۱۴)$$

- با استفاده از یک فرآیند تکراری، از بین پیکسل‌های عبور کرده از فیلتر تشابه، پیکسل‌های متصل به بذرها را بر می‌داریم.

برای دنبال کردن جزئیات بیشتر به [۱۹] مراجعه کنید.

الگوریتم رشد ناحیه‌ای که تحت عنوان RG در این مقاله آورده‌ایم به صورت تابع زیر فراخوانی می‌شود:

$$g = RG(f, S, T) \quad (۱۵)$$

که در آن g تصویر قطعه‌بندی شده است.

۳-۲ روش TFA

در این بخش روش قطعه‌بندی دودویی^۱ را که اخیراً برای استخراج عروق خونی در تصاویر پزشکی ارائه شده‌است، توضیح می‌دهیم.

الگوریتم TFA برای قطعه‌بندی عروق خونی در تصاویر پزشکی طراحی شده است [۱۶] و [۱۷]. این روش در مقایسه با روش‌های معروفی همچون مدل کانتر فعال چان-وس [۱]، مدل مبتنی بر قاب [۴]، روش قطعه‌بندی عروق CURVES [۸] و روش دگر دیس‌پذیر ناهمسانگرد [۵] از ریاضیات ساده‌ای استفاده می‌کند و محاسبات بسیار ساده و پیچیدگی محاسباتی بسیار کمی نسبت به آنها دارد. این روش از یک ویژگی تصاویر MRA استفاده می‌کند و آن اینکه در این تصاویر مقادیر پیکسل‌های مرزی احتمالی در بازه‌ای قرار دارند که مقدار پیکسل‌های سایر بخش‌های تصویر خارج از این بازه هستند. ایده اصلی روش TFA تقریب این بازه و تقریب آن در هر تکرار است. در هر تکرار پیکسل‌های دسته‌بندی نشده را بر طبق این بازه دسته‌بندی می‌کند. پیکسل‌های با مقدار پایین‌تر از بازه را صفر، پیکسل‌های با مقدار بالاتر از این بازه را یک می‌کند و پیکسل‌هایی را که مقدارشان داخل این بازه است با استفاده از کشش کنتراست خطی^۲ [۱۹] بسط می‌دهد حال روی مقدار این پیکسل‌ها با استفاده از قاب تنگ بی‌اسلین تکه‌ای خطی نویزگیری را انجام می‌دهد. در واقع این روش در هر تکرار پیکسل‌هایی را به عنوان پس‌زمینه یا عروق دسته‌بندی می‌کند و تصویر را به سمت باینری شدن سوق می‌دهد.

بدون هیچ خللی به کلیت فرض می‌شود که مقادیر تصویر در بازه $[0, 1]$ باشد. مراحل این روش به صورت زیر است:

مرحله صفر: اگر f را تصویر داده شده در نظر بگیریم، مقداردهی اولیه به صورت زیر است:

$$f^0 = f \quad (۱۶)$$

$$\Lambda^{(0)} = \{j \in \Omega : \|\nabla f_j\| \geq \varepsilon\} \quad (۱۷)$$

^۱ Binary

^۲ Linear Contrast Stretching

$$\Lambda^{(i+1)} = \left\{ j \mid 0 < f_j^{(i+\frac{1}{2})} < 1, j \in \Omega \right\} \quad (25)$$

مرحله ۳:

نویزگیری تصویر $f^{(i+\frac{1}{2})}$ روی $\Lambda^{(i+1)}$ انجام می‌گیرد:

$$f_j^{(i+1)} = \begin{cases} f_j^{(i+\frac{1}{2})} & j \notin \Lambda^{(i+1)} \\ \mathcal{A}^T \left(\mathcal{T}_\lambda \left(\mathcal{A} f^{(i+\frac{1}{2})} \right) \right) & j \in \Lambda^{(i+1)} \end{cases} \quad (26)$$

که در آن $\mathcal{A}$ قاب تنگ بی‌اسپلین تکه‌ای خطی [۳۶] و $\mathcal{T}_\lambda(\cdot)$ آستانه‌گذاری نرم موضعی است.

محک توقف:

الگوریتم زمانی متوقف می‌شود که $f^{(i+\frac{1}{2})}$ باینری شده باشد یعنی $|\Lambda^{(i)}| = 0$.

الگوریتم روش TFA را به صورت خلاصه در جدول ۱ آورده‌ایم.

جدول ۱ الگوریتم روش TFA

۱- ورودی: تصویر f
۲- مقداردهی اولیه: $f^0 = f$ و محاسبه $\Lambda^{(0)}$
۳- تا زمانی که $ \Lambda^{(i)} = 0$ مراحل زیر را انجام بده
۱- محاسبه $[\alpha_i, \beta_i]$
۲- اگر $ \Lambda^{(i)} = 0$ باشد، خاتمه الگوریتم
۳- محاسبه $f^{(i+\frac{1}{2})}$
۴- اگر $f^{(i+\frac{1}{2})}$ باینری باشد خاتمه الگوریتم
۵- محاسبه $\Lambda^{(i+1)}$
۶- محاسبه $f^{(i+1)}$
۴- خروجی: $f^{(i+\frac{1}{2})}$

مولفان با آوردن قضیه‌ای در مقاله خود با استدلالی که در ادامه می‌آید همگرایی روش خود را اثبات کردند: در هر مرحله اگر مقدار پیکسل‌هایی در بازه $[\alpha_i, \beta_i]$ باشد، حتما مقدار یکی از آنها M_i خواهد بود که در مرحله کشش کنتراست خطی تبدیل به ۱ می‌شود و به این ترتیب حداقل یک پیکسل در هر مرحله، از مجموعه پیکسل‌های دسته‌بندی‌نشده کم می‌شود و چون تعداد پیکسل‌ها متناهی است در نهایت تکرارها تمام شده و روش همگرا می‌شود.

اخیرا تکنیکی مبتنی بر روش TFA در [۱۸] ارائه شده که مولفان آن را TFAE نامیده‌اند. ما نتایج این تکنیک را نیز برای مقایسه با الگوریتم جدید در بخش ۵ آورده‌ایم.

که در آن Ω مجموعه کل اندیس‌های تصویر و ∇f_j پیکسل j -ام گرادینان گسسته f است. مجموعه $\Lambda^{(0)}$ در واقع تخمین اولیه از محل پیکسل‌های مرزی احتمالی است. حال مراحل تکرار i -ام این الگوریتم را می‌آوریم:

مرحله ۱: محاسبه بازه $[\alpha_i, \beta_i]$ ابتدا میانگین $f^{(i)}$ روی $\Lambda^{(i)}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu^{(i)} = \frac{1}{|\Lambda^{(i)}|} \sum_{j \in \Lambda^{(i)}} f_j^{(i)} \quad (18)$$

قرار می‌دهیم

$$B^{(i)} = \{j \in \Lambda^{(i)} \mid f_j^{(i)} \leq \mu^{(i)}\}, \quad (19)$$

$$A^{(i)} = \{j \in \Lambda^{(i)} \mid f_j^{(i)} \geq \mu^{(i)}\}$$

و میانگین $f^{(i)}$ روی آنها را محاسبه می‌کنیم

$$\mu_-^{(i)} = \frac{1}{|B^{(i)}|} \sum_{j \in B^{(i)}} f_j^{(i)} \quad (20)$$

$$\mu_+^{(i)} = \frac{1}{|A^{(i)}|} \sum_{j \in A^{(i)}} f_j^{(i)}$$

که در آنها $||$ به معنی تعداد اعضای مجموعه و $f_j^{(i)}$ مقدار پیکسل j -ام در $f^{(i)}$ است. حال داریم

$$\alpha_i = \max \left\{ \frac{\mu^{(i)} + \mu_-^{(i)}}{2}, 0 \right\}, \quad (21)$$

$$\beta_i = \min \left\{ \frac{\mu^{(i)} + \mu_+^{(i)}}{2}, 1 \right\}$$

مرحله ۲:

روی تصویر $f^{(i)}$ آستانه‌گذاری^۱ و کشش کنتراست خطی انجام می‌دهیم. برای این کار مجموعه زیر را تعریف می‌کنیم:

$$Q^{(i)} = \{f_j^{(i)} \mid \alpha_i \leq f_j^{(i)} \leq \beta_i, j \in \Lambda^{(i)}\} \quad (22)$$

اگر $|\Lambda^{(i)}| = 0$ باشد بدین معنی است که $f^{(i)}$ دودویی است و الگوریتم به پایان می‌رسد. درغیراین‌صورت موارد زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$M_i = \max Q^{(i)}, m_i = \min Q^{(i)} \quad (23)$$

و در نتیجه آستانه‌گذاری و کشش کنتراست خطی را انجام می‌دهیم:

$$f_j^{(i+\frac{1}{2})} = \begin{cases} 0 & f_j^{(i)} \leq \alpha_i \\ \frac{f_j^{(i)} - m_i}{M_i - m_i} & \alpha_i \leq f_j^{(i)} \leq \beta_i, \forall j \in \Omega \\ 1 & f_j^{(i)} \geq \beta_i \end{cases} \quad (24)$$

حال مجموعه اندیس پیکسل‌های دسته‌بندی‌نشده را به دست می‌آوریم:

¹ Thresholding

4 الگوریتم پیشنهادی

در این بخش، ما ابتدا یک تابع کشش کنتراست جدید معرفی می‌کنیم.

۴-۱ تابع کشش کنتراست غیرخطی جدید

هدف اصلی ارتقا کنتراست تصویر این است که تصویر بهبود یافته نسبت به تصویر اصلی برای یک کاربرد خاص مثل قطعه‌بندی مناسب‌تر باشد. بهبود کنتراست تصویر در اصل تفسیرپذیری یا ادراک اطلاعات تصویر را برای انسان بهبود داده و آن را برای پردازش‌های بعدی آماده تر می‌کند. روش‌های بهبود کنتراست تصویر معمولاً ابتکاری و وابسته به مساله موجود است [۱۹]. ممکن است یک تابع کشش کنتراست مناسب یک مساله و یک طیف خاص از تصاویر باشد ولی برای طیف دیگری از تصاویر خوب کار نکند.

روش‌های کشش کنتراست را میتوان به دو دسته زیر تقسیم کرد:

۱. روش‌های حوزه مکانی

۲. روش‌های حوزه فرکانس

در تکنیک‌های حوزه مکانی ما بصورت مستقیم با پیکسل‌های تصویر سروکار داریم. مقادیر شدت پیکسل‌ها به عنوان ورودی یک تابع داده می‌شوند و خروجی تابع به عنوان شدت روشنایی جایگزین در نظر گرفته می‌شود.

کشش کنتراست و به تبع آن بهبود تصویر در هر زمینه ای که باید تصاویر درک و بررسی شوند، مثل بررسی تصاویر پزشکی و ماهواره‌ای و غیره بکار می‌رود.

تابعی که معرفی می‌کنیم [۳۷] از نوع روش‌های حوزه مکانی است. فرمول‌بندی تابع کشش کنتراست غیرخطی ما به صورت زیر است:

$$f: [m, M] \rightarrow [0, 1]$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(1 + A + \frac{1}{\pi} \sin(\pi A) \right) \quad (27)$$

که در آن

$$A = \frac{2x - (m + M)}{M - m} \quad (28)$$

و

$$[m, M] \subseteq [0, 1]$$

این تابع با استفاده از اتساع و انتقال تابع معرفی شده در [۳۸] که از آن به عنوان تقریبی از تابع هوی‌ساید^۱ استفاده شده است، ساخته شده است.

ویژگی بارز این تابع کشش کنتراست این است که واریانس داده‌های موجود در میانه بازه را افزایش داده و واریانس داده‌های

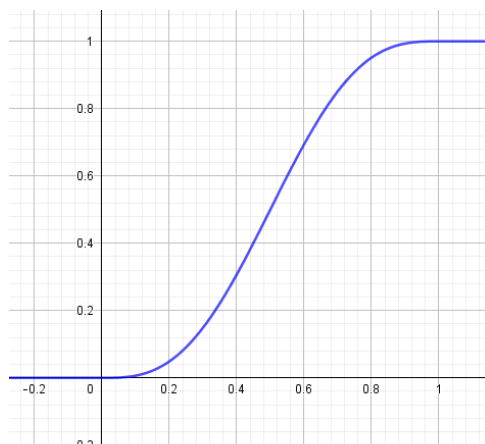
موجود در ابتدا و انتهای بازه را کم می‌کند. در تصاویر MRA داده‌های موجود در میانه بازه، شدت پیکسل‌های موجود در مرزهای عروق است. این تابع مصنوعات و ناهمگنی‌های موجود در پس‌زمینه را از بین می‌برد و پیکسل‌های مربوط به عروق را بارزتر می‌کند. البته انتخاب صحیح بازه $[m, M]$ اساس عملکرد تابع کشش کنتراست است. ما برای تصاویر MRA بازه زیر را استفاده می‌کنیم. بدون هیچ خللی به کلیت مقادیر شدت روشنایی پیکسل‌ها را در بازه $[0, 1]$ در نظر می‌گیریم و بازه $[m, M]$ را بصورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$m = \mu - 1.96\sigma, \quad (29)$$

$$M = \mu + 1.96\sigma$$

که در آن μ میانگین داده‌های مربوط به بازه $(0, 1)$ و σ انحراف معیار^۲ مربوط به آنهاست. این همان بازه اطمینان ۹۵ درصد به توزیع نرمال است. بدین معنی که ما در اینجا تصویر آنالوگ را جامعه و تصویر دیجیتال متناظر با آن را نمونه در نظر گرفته‌ایم. اخیراً نیز یک روش قطعه‌بندی بر اساس بازه اطمینان ارائه شده است [۳۹]. بهبود کنتراست توسط روش ارائه شده روی چندین تصویر در بخش ۵ نشان داده شده است.

در شکل ۱ با گرفتن $[m, M] = [0, 1]$ تابع کشش کنتراست غیرخطی خود را رسم کرده‌ایم.



شکل ۱: نمودار تابع کشش کنتراست غیرخطی جدید

۴-۲ روش SA: یک نسخه اصلاح شده از TFA

در این بخش از مقاله نسخه اصلاح شده از روش TFA را با ذکر اصلاحاتی که انجام داده‌ایم، ارائه می‌کنیم. اصلاحات بصورت زیر انجام شده‌اند:

۱. قبل از شروع قطعه‌بندی، کنتراست تصویر داده شده را با استفاده از تابع کشش کنتراست غیرخطی خود با بازه اطمینان ۹۵ درصد بهبود می‌دهیم (گام پیش‌پردازش).
۲. در مرحله دوم کشش کنتراست خطی و آستانه‌گیری را به صورت زیر انجام می‌دهیم. ابتدا موارد زیر را محاسبه می‌کنیم:

² Standard deviation

¹ Heaviside function

اثبات: بوضوح تابع کشش کنتراست جدید معرفی شده ابتدا و انتهای بازه $[m_i, M_i]$ را تبدیل به صفر و یک می‌کند. لذا برای همگرایی روش در هر مرحله ما باید شدت پیکسل‌هایی خارج از این بازه داشته باشیم تا تبدیل به صفر و یک شوند (دسته‌بندی شوند) و در نتیجه پس از تعداد متناهی تکرار روش SA همگرا شود. طبق رابطه (۷) داریم $m_i \leq m_i^1$, $M_i \leq M_i^1$ پس $[m_i, M_i] \subseteq [m_i^1, M_i^1]$ بنابراین حداقل در هر تکرار بیشترین و کمترین مقدار بازه دسته بندی خواهد شد و چون تعداد پیکسل‌ها متناهی است در نتیجه بعد از تعداد متناهی تکرار روش SA به یک تصویر باینری همگرا خواهد شد. ■

کارایی روش SA نسبت به نسخه اصلی آن یعنی TFA در بخش ۵ نشان داده شده است.

۳-۴ تکنیک قطعه‌بندی دودویی

تصویربرداری MRA بر این مبنا کار می‌کند که سیگنال‌های مربوط به بافت‌های پویا مثل خون در حال جریان را دریافت و سیگنال‌های مربوط به بافت‌های ساکن را سرکوب می‌کند. به همین خاطر در این تصاویر عروق خونی نسبت به سایر بافت‌ها شدت روشنایی بالایی دارند. این تصاویر ویژگی بارزی دارند و آن این است که در آنها تقریباً تمامی عروق متصل به هم اند لذا ایده ساده استفاده از روش رشد می‌تواند مفید باشد. شرط گرفتن جواب خوب از این الگوریتم ساده وجود بذره‌ای مناسب اولیه است.

روش SA که در بخش قبل ارائه شد، یک روش قطعه‌بندی دودویی برای استخراج عروق از این نوع تصاویر است. روش SA در تشخیص عروق با شدت روشنایی بالا بسیار خوب عمل می‌کند و تقریباً اشتباهی در تشخیص عروق ندارد. عروقی را که روش SA در تشخیص آنها ناتوان است، معمولاً متصل به عروقی هستند که این روش در یافتن آنها موفق بوده است. لذا بر آن شدیم تا از نتیجه روش SA به عنوان بذره‌ای اولیه الگوریتم رشد ناحیه استفاده کنیم. به عبارت دیگر از SA به عنوان تابعی برای یافتن بذره‌ای اولیه الگوریتم رشد ناحیه استفاده می‌کنیم. مراحل الگوریتم پیشنهادی به صورت زیر خواهد بود:

مرحله اول: شناسایی بذره‌ای اولیه مناسب

در این مرحله بذره‌ای اولیه مناسب را با استفاده از یک تابع شناسایی می‌کنیم:

$$S = SA(f) \quad (34)$$

که در آن SA تابع مربوط به روش SA و f تصویر ورودی است که مقادیر پیکسل‌های آن در بازه $[0, 1]$ هستند.

مرحله دوم: رشد ناحیه

در این مرحله الگوریتم رشد ناحیه را با بذره‌ای که از مرحله اول شناسایی کرده‌ایم، روی تصویر ورودی اجرا می‌کنیم:

$$F = RG(f, S, T) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} M_i^1 &= \max Q^{(i)} \\ m_i^1 &= \min Q^{(i)} \\ M_i^2 &= \text{mean} Q^{(i)} + 1.96 \text{std} Q^{(i)} \\ m_i^2 &= \text{mean} Q^{(i)} - 1.96 \text{std} Q^{(i)} \end{aligned} \quad (30)$$

$$m_i = \max \{m_i^1, m_i^2\}$$

$$M_i = \min \{M_i^1, M_i^2\}$$

حال کشش کنتراست و آستانه‌گذاری را به صورت زیر انجام

می‌دهیم:

$$f_j^{(i+\frac{1}{2})} = \begin{cases} 0 & f_j^{(i)} \leq m_i \\ \frac{1}{2} \left(1 + A + \frac{1}{\pi} \sin(\pi A) \right) & m_i \leq f_j^{(i)} \leq M_i, \forall j \in \Omega \\ 1 & f_j^{(i)} \geq M_i \end{cases} \quad (31)$$

که در آن

$$A = \frac{2 f_j^{(i)} - (m_i + M_i)}{M_i - m_i} \quad (32)$$

۳. به دلیل کارایی بالای شرت‌ها برای داده‌های دو بعدی،

از تبدیل شرت SH ، به جای قاب تنگ بی‌اسپلین تکه‌ای خطی در مرحله نویزگیری یعنی مرحله ۳ استفاده می‌کنیم. در روش TFA در مرحله ۳ نویزگیری روی کل

تصویر $f^{(i+\frac{1}{2})}$ انجام می‌شود و سپس پیکسل‌های مربوط به $\Lambda^{(i+1)}$ را برای ساختن تصویر $f^{(i+1)}$ از آن برمی‌دارد ولی چون نویزگیری روی پیکسل‌هایی از تصویر که در مراحل قبلی دسته‌بندی شده‌اند نیاز نیست و فقط هزینه محاسباتی روش را بالا می‌برد و سرعت آن را کاهش می‌دهد لذا ما این کار را روی تصویری اعمال می‌کنیم که فقط مقدار پیکسل‌های مربوط به $\Lambda^{(i+1)}$ در

آن غیرصفر هستند که این تصویر را $F^{(i+\frac{1}{2})}$ می‌نامیم.

در مجموع با اعمال این دو تغییر در مرحله ۳ فرمول (۲۶)

تبدیل به فرمول زیر می‌شود:

$$f_j^{(i+1)} = \begin{cases} f_j^{(i+\frac{1}{2})} & j \notin \Lambda^{(i+1)} \\ \left(SH^T \left(T_\lambda \left(SH \left(F^{(i+\frac{1}{2})} \right) \right) \right) \right)_j & j \in \Lambda^{(i+1)} \end{cases} \quad (33)$$

که در آن سطح آستانه، λ ، موضعی و وابسته به انحراف معیار نویز تصویر است. در بخش ۵، برتری روش SA نسبت به نسخه اصلی TFA را نشان داده‌ایم.

می‌دانیم که همگرایی روش TFA وابسته به بازه کشش کنتراست بود که ما آن را تغییر دادیم لذا باید همگرایی روش SA را ثابت کنیم.

قضیه همگرایی روش SA: روش SA همگراست.

جدول ۲: مقایسه کمی تصویر اصلی و نتیجه تابع کشش کنتراست

نام تصویر	انحراف معیار تصویر اصلی	انحراف معیار تصویر نتیجه کشش کنتراست
ناحیه ماهواره‌ای	۰.۱۴۴۲	۰.۳۳۲۱
پسر	۰.۱۵۴۵	۰.۳۸۲۷
آنژیوگرافی ۱	۰.۱۵۶۲	۰.۳۴۴۳
آنژیوگرافی ۲	۰.۱۳۴۵	۰.۲۶۲۴

۳-۵ مترهای ارزیابی

فرآیند ارزیابی نتایج قطعه‌بندی گامی مهم در اعتبارسنجی یک روش قطعه‌بندی است که پایایی و روایی آن را تایید می‌کند. اغلب نتایج قطعه‌بندی بصورت کیفی و بصری سنجیده می‌شود. این روش یا ذهنی^۲ و یا وابسته به کاربردهای خاص است. می‌توان عملکرد یک روش قطعه‌بندی را بصورت عینی^۳ داوری کرد.

معمولاً برای ارزیابی کمی یک روش قطعه‌بندی، نتایج قطعه‌بندی را با جواب واقعی^۴ متناظر آن مقایسه می‌کنند. برای این مقایسه مترهای مختلفی وجود دارد. برای مثال نسبت تعداد پیکسل‌هایی که بدرستی قطعه‌بندی شده‌اند به تعداد کل پیکسل‌ها یکی از مترهاست. مترهای رایجی که برای ارزیابی روش‌های قطعه‌بندی استفاده می‌شوند، دقت^۵، حساسیت^۶ و وضوح^۷ هستند. دقت روش قطعه‌بندی را بصورت نسبت تعداد پیکسل‌های قطعه‌بندی شده درست به تعداد کل پیکسل‌ها در نظر می‌گیرند که اگر I را کل تصویر، S را بافت در تصویر قطعه‌بندی شده و G را بافت در جواب واقعی در نظر بگیریم، با نماد مجموعه‌ها بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Accuracy = \frac{|S \cap G| + |S' \cap G'|}{|I|} \quad (36)$$

حساسیت به توانایی روش قطعه‌بندی در تشخیص دقیق بافت اشاره می‌کند و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Sensitivity = \frac{|S \cap G|}{|G|} \quad (37)$$

وضوح به توانایی روش قطعه‌بندی در تعیین دقیق ناحیه غیربافت را بیان می‌کند و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Specificity = \frac{|S' \cap G'|}{|G'|} \quad (38)$$

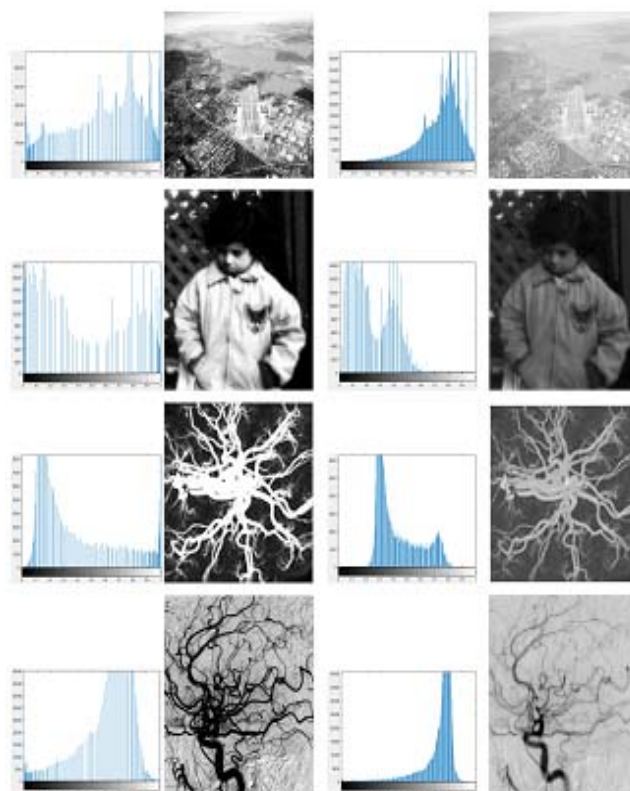
که در آن RG تابع مربوط به روش رشد ناحیه، f تصویر ورودی، S نتیجه مرحله اول و T مقدار آستانه‌ی سراسری مربوط به معیار تشابه است که به صورت تخمینی داده شده است. F خروجی این الگوریتم است که یک تصویر باینری است که در آن پیکسل‌هایی با مقدار ۱ رگ و پیکسل‌هایی با مقدار ۰ پس زمینه هستند.

الگوریتم پیشنهادی همگرایی خود را از روش‌های RG و SA به ارث می‌برد. ما از اینجا به بعد الگوریتم پیشنهادی خود را $SRGA^1$ می‌نامیم. می‌توان از این تکنیک در بهبود روش‌های قطعه‌بندی باینری دیگر و حتی بهبود روش‌های لبه یابی کمک گرفت.

۵ ارزیابی نتایج

۵-۱ نتایج مربوط به کشش کنتراست جدید

در این بخش از نتایج، اثر تابع کشش کنتراست غیرخطی خود را روی سه تصویر به همراه هیستوگرام‌های آنها می‌آوریم. شکل ۲ را ببینید. برای مقایسه کمی نتایج کشش کنتراست غیرخطی خود با تصویر اصلی، انحراف استاندارد تصاویر موجود در شکل ۲ را در جدول ۲ آورده ایم.



شکل ۲: ستون اول تصاویر اصلی، ستون دوم هیستوگرام‌های تصاویر اصلی، ستون سوم نتیجه اعمال تابع کشش کنتراست جدید روی تصاویر اصلی و ستون چهارم هیستوگرام‌های متناظر ستون سوم.

² Subjective

³ Objective

⁴ Ground truth

⁵ Accuracy

⁶ Sensitivity

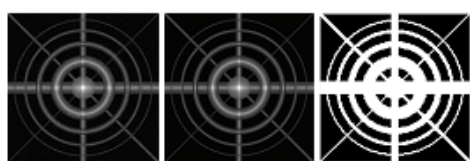
⁷ Specificity

¹ Shearlet based Region Growing Algorithm

است که آن را T نامیده‌ایم. تا حد توان سعی ما بر آن بوده است که با دادن مقادیر بهینه برای پارامترهای هر روش از قطعه‌بندی زاید در نتایج پرهیز کنیم. کدهای مربوط به روش‌های TFA و TFAE توسط مولفان در MATLAB R2018a پیاده‌سازی و اجرا شده‌اند.

آزمایشات خود را با دو تصویر مصنوعی که جواب واقعی آنها را داریم شروع می‌کنیم. با داشتن جواب واقعی می‌توان نتایج روشهای مختلف قطعه‌بندی را بصورت کمی ارزیابی کرد. همانطور که گفته شد، این دو تصویر از [۱۷] برداشته شده است.

مثال ۱: تصویر موجود در شکل ۳ از چهار دایره و دو خط با ضخامت‌های متفاوت تشکیل شده است. خط موجود در قطر فرعی تصویر دارای شدت نزدیک به پس‌زمینه است. دایره‌ها نیز طوری طراحی شده‌اند که با دور شدن از مرکز روی دایره‌ها شدت رفته رفته کم می‌شود. این مدل شبیه‌ساز لبه‌های نازک و نزدیک به پس‌زمینه عروق لوله‌ای شکل در تصاویر MRA است. تصویر تاری و نویزی با افزودن نویز گاوسی جمعی و تاری گاوسی به تصویر تمیز بدست آمده است. تاری تصویر با یک فیلتر گاوسی 3×3 و انحراف معیار ۰٫۵، بدست آمده است و نویز جمعی گاوسی دارای میانگین ۰٫۱ و واریانس ۰٫۰۱ است. پارامترهای روش SA و SRGA را $T=0.08$ و $\varepsilon=0.001$ گرفته ایم. با مشاهده نتایج بدست آمده مشاهده می‌کنیم که SA که اصلاح شده TFA است در تشخیص دایره بیرونی بهتر از TFA عمل کرده است. می‌توان گفت که هر سه روش TFA و TFAE و SA در تشخیص دایره بیرونی و خط روی قطر فرعی مشکل داشته‌اند ولی SRGA تا حدودی این مشکل را ندارد. برای قضاوت بهتر در مورد نتایج جدول ۳ را ببینید.



(آ) جواب واقعی (ب) تصویر تمیز (ج) تصویر آلوده



TFA (د) TFAE (ه) SA (و) SRGA (ز)

شکل ۳: (آ) جواب واقعی، (ب) تصویر بدون نویز و بدون ماتی، (ج) تصویر نویزی و مات و (د) تا (ز) نتایج روی تصویر مصنوعی شبیه‌ساز عروق لوله‌ای-شکل^۲

مترهای دیگری که معمولاً برای ارزیابی نتایج قطعه‌بندی استفاده می‌شوند، ضریب تشابه تاس^۱ و ضریب تشابه جاکارد^۲ است که بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Dice = \frac{2|S \cap G|}{|G| + |S|}, \quad (39)$$

$$Jaccard = \frac{|S \cap G|}{|S \cup G|} \quad (40)$$

که در همه آنها $||$ به معنی کاردینال مجموعه است. مقدار بالای ضریب جاکارد نشان از تطابق بالای بافت در تصویر قطعه‌بندی شده و تصویر جواب واقعی دارد. البته مترهای بالا هم نمی‌توانند ارزیابی کاملی از روش‌های قطعه‌بندی داشته باشند.

۵-۱ آزمایش‌ها و نتایج

در این بخش الگوریتم خود را روی تصاویر واقعی که برخی از [۴۰، ۱۷] و برخی دیگر از موسسه تصویربرداری آذر مهر تبریز-ایران تهیه شده‌اند، آزمایش کرده ایم. کد مربوط به قاب تنگ شرت را که در داخل تابع SA از آن برای نویزگیری استفاده شده است از [۳۵] برداشته شده است و از مقادیر پیش‌فرض پارامترهای آن استفاده کرده ایم. انحراف استاندارد نویز موجود در تصویر، σ ، برای تصاویر واقعی را $\sigma = 0.05$ گرفته ایم.

چون روش‌های TFA و TFAE در مقایسه با روش‌های معروفی همچون روش کانتور فعال-چان-وس [۱]، مدل مبتنی بر قاب [۴]، روش قطعه‌بندی عروق CURVES [۸] و روش دگر دیس‌پذیر ناهمسانگرد [۵] با توجه به نتایج ارائه شده در این مقاله‌ها دارای نتایج بهتری بوده‌اند لذا ما نتایج روش خود را با نتایج روش‌های TFA و TFAE مقایسه کرده و نشان می‌دهیم که روش‌های گفته شده در تشخیص عروق دارای لبه‌های ضعیف و شدت نزدیک به پس‌زمینه کارایی کمتری نسبت به روش ارائه شده در این مقاله دارند. مقایسه‌های روی تصاویر مصنوعی بصورت کمی و ارائه اندازه‌هایی در یک جدول انجام گرفته است و مقایسه روی نتایج تصاویر واقعی به صورت بصری و کیفی با استفاده از باکس‌های رسم‌شده روی نتایج انجام شده است.

روش TFA یک پارامتر ورودی دارد که یکی مربوط به لبه یابی اولیه از تصویر است که با ε نشان داده شده است. در روش TFAE پارامتری به نام انحراف استاندارد هسته گاوسی استفاده شده است که برای همه مثالها مقدار آن به تبعیت از مولفان مقاله، ۲ گرفته شده است. پارامتر لبه‌یابی اولیه روش TFAE، ε ، نامیده شده است. روش SA دو پارامتر ورودی دارد که σ و ε هستند که $\sigma = 0.05$ برای همه مثالها ثابت گرفته شده است. دوتا از پارامترهای SRGA مربوط به بدست آوردن بذره‌های اولیه است که همان پارامترهای SA بوده و یکی مربوط به الگوریتم رشد ناحیه

^۱ Dice

^۲ Jaccard

^۳ Tube-like vessels

جدول ۴: مقایسه کمی نتایج شکل ۴

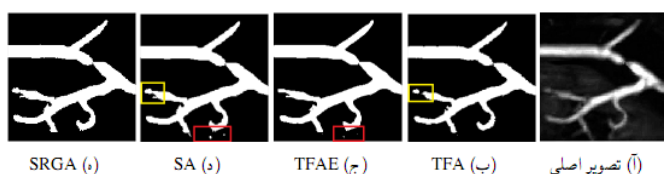
Dice	jaccard	specificity	sensitivity	accuracy	
۰/۸۵۴۴	۰/۷۴۵۰	۱	۰/۷۴۵۸	۰/۹۷۱۶	TFA
۰/۹۱۰۰	۰/۸۳۴۰	۱	۰/۸۳۴۸	۰/۹۸۱۶	TFAE
۰/۸۸۴۸	۰/۷۹۳۰	۱	۰/۷۹۳۵	۰/۹۷۶۹	SA
۰/۹۵۶۳	۰/۹۱۶۳	۰/۹۹۹۸	۰/۹۱۷۹	۰/۹۹۰۶	SRGA

با توجه به جدول‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌کنیم که روش SA نسبت به روش TFA برتر است و برتر بودن تکنیک SRGA را نسبت به سه روش دیگر نشان می‌دهند. درست است که SRGA در هر دو مثال از نظر همه مترها با فاصله بیشتری بالاست ولی اندکی از نظر وضوح نسبت به سایر روش‌ها کم‌تر است.



شکل ۴: نتایج مربوط به مثال ۳ برای روش‌های مختلف

مثال ۴: شکل ۶ یک تصویر MRA از سیستم عروق کلیه^۳ است. این تصویر از [۱۷] گرفته شده است. پارامترهایی که برای روش SA و SRGA بکار برده‌ایم، $\varepsilon = 0.001, T = 0.01$ هستند. بافت داخل کادرهای زرد رنگ برتری روش SA به روش TFA را نشان می‌دهد. این برتری از آن جهت است که بریدگی موجود در عروق در داخل کادر زرد رنگ در نتیجه روش TFA وجود دارد که در نتیجه روش SA وجود ندارد. مصنوعات اضافی داخل کادرهای قرمز رنگ ضعف روش‌های SA و TFAE نسبت به روش SRGA را نشان می‌دهد.



شکل ۶: نتایج مربوط به مثال ۴ برای روش‌های مختلف

مثال ۵: شکل ۷ تصویر آنژیوگرافی توموگرافی تشدید مغناطیسی MRTA از عروق سر انسان^۴ است که از سه جهت عمود بر هم گرفته شده است. این تصویر از [۱۷] گرفته شده است. پارامترهایی که برای روش SA و SRGA بکار برده‌ایم، $\varepsilon = 0.001, T = 0.01$ هستند. این تصاویر دارای عروق ریز و بهم پیچیده زیادی هستند. ضمناً در پس زمینه این تصاویر ناهمگنی شدت روشنایی دیده می‌شود که کار قطعه‌بندی عروق را

جدول ۳: مقایسه کمی نتایج شکل ۳

Dice	jaccard	specificity	sensitivity	accuracy	
۰/۸۸۳۹	۰/۷۹۱۸	۱	۰/۷۹۱۹	۰/۹۱۹۷	TFA
۰/۹۱۰۱	۰/۸۳۴۸	۱	۰/۸۳۵۱	۰/۹۳۶۴	TFAE
۰/۸۸۷۳	۰/۷۹۷۰	۱	۰/۷۹۷۵	۰/۹۲۱۹	SA
۰/۹۷۱۲	۰/۹۴۴۱	۰/۹۹۴۷	۰/۹۵۲۱	۰/۹۷۸۲	SRGA

مثال ۲: تصویر شکل ۴ درست مثل تصویر مثال قبلی طراحی شده است با این تفاوت که این تصویر شبیه‌ساز عروق شاخه‌ای با ضخامت‌های ریز و درشت است. پارامتر روش SA را $\varepsilon = 0.001$ و پارامترهای روش SRGA را $\varepsilon = 0.001, T = 0.03$ گرفته‌ایم. به لحاظ بصری مشاهده می‌شود که روش TFA سرشاخه‌ها را نازک‌تر تشخیص داده است. بهتر است برای توصیف بهتر جواب‌ها از نظر کمی به جدول ۴ مراجعه کنید.

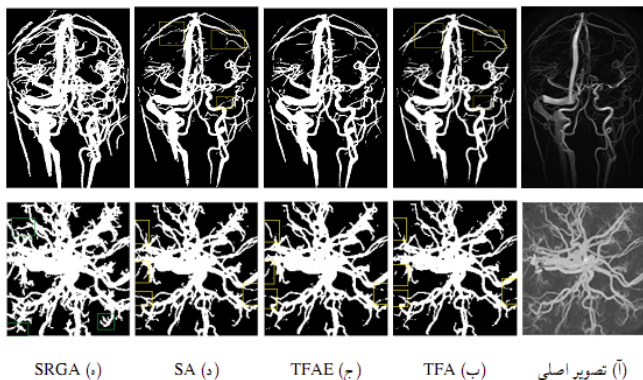
مثال ۳: تصویر شکل ۵ یک تصویر واقعی سیستم عروقی شریانی^۱ است که از [۱۷] برداشته‌ایم. در این تصویر عروق دارای شدت روشنایی بالا و پایین هستند و عروق موجود در قسمت میانی نازک و دارای شدتی نزدیک به پس‌زمینه هستند. وجود تقاطع‌هایی در ساختارهای ریز، قطعه‌بندی این تصویر را مشکل‌تر کرده است. مقدار پارامترهایی که برای SA و SRGA استفاده کرده‌ایم، $\varepsilon = 0.001, T = 0.01$ هستند. با توجه به عروق داخل مستطیل زرد رنگ رسم شده روی شکل مشاهده می‌کنیم که روش‌های TFA و TFAE بریدگی‌هایی در تشخیص این عروق داشته‌اند که روش SA و SRGA این ایراد را رفع کرده‌اند. و محتوای مستطیل سبز رنگ برتری روش SRGA نسبت به SA را نشان می‌دهد.



شکل ۳: (آ) جواب واقعی (ب) تصویر تمیز (ج) تصویر آلوده

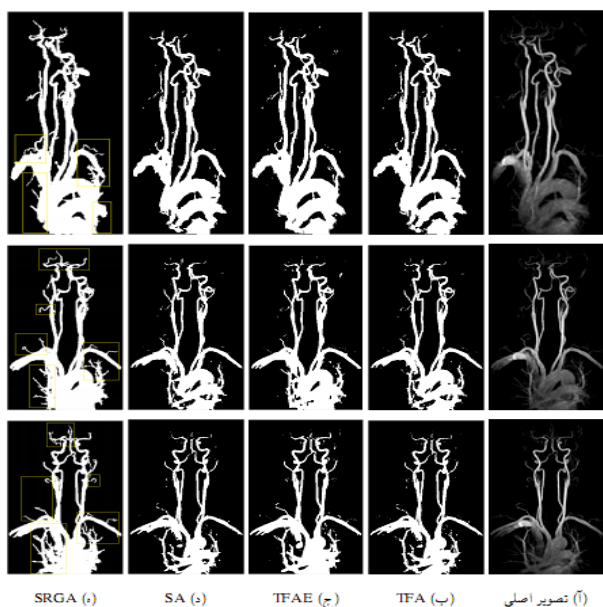
شکل ۳: (آ) جواب واقعی، (ب) تصویر بدون نویز و بدون ماتی، (ج) تصویر نویزی و مات و (د) تا (ز) نتایج مربوط به روش‌های مختلف روی تصویر مصنوعی شبیه‌ساز عروق شاخه‌ای^۲^۳ Kidney vascular system^۴ Human head vessels^۱ Carotid vascular system^۲ Branching vessels

بوضوح برترین نتیجه از آن روش SRGA است. در مقایسه نتایج سطر دوم با توجه به کادرهای زرد رنگ روی نتایج TFA، TFAE و SA برتری روش SA در تشخیص عروق ریزتر نشان می‌دهد. کادرهای سبز رنگ روی نتیجه SRGA نمونه‌هایی از برتری این روش نسبت به سایرین است.



شکل ۸: ستون اول تصاویر MRA مغز و گردن، ستون دوم تا چهارم به ترتیب نتایج مربوط به روشهای TFA، TFAE، SA و SRGA.

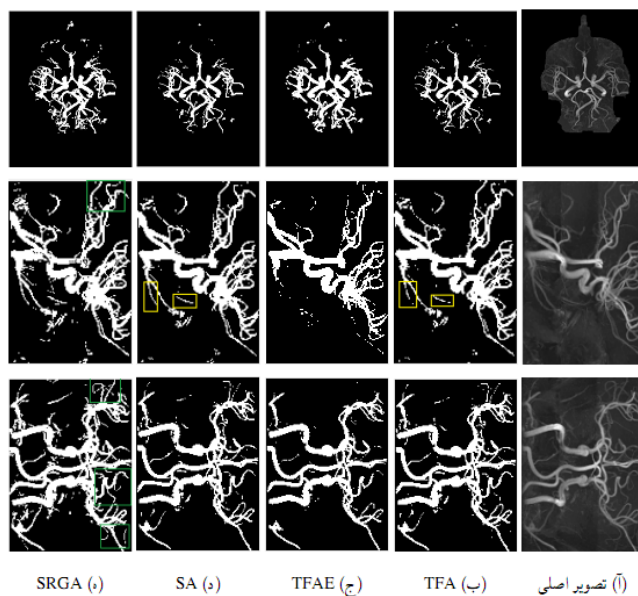
مثال ۷: تصاویر موجود در شکل ۹ تصاویر MRA از سیستم عروق شریانی هستند که در موسسه آذر مهر تبریز گرفته شده‌اند. این تصاویر مشابه تصویر شکل ۵ هستند با این تفاوت که این تصاویر دارای عروق ریزی در اطراف عروق شریانی اصلی بوده و قسمت‌های ضخیم عروق شریانی در پایین تصاویر دارای شدت روشنایی نزدیک به پس‌زمینه هستند. پارامترهایی که برای روش SA و SRGA بکار برده‌ایم، $\epsilon = 0.001, T = 0.1$ هستند. روش‌های TFA، TFAE و SA دقیقاً در این دو قسمت از تصاویر ناموفق عمل کرده‌اند حال آنکه روش SRGA این قسمت از تصاویر را به خوبی تشخیص داده است. نقاط قوت نتیجه روش SRGA را با رسم کادرهای زرد رنگ روی آنها نشان داده‌ایم.



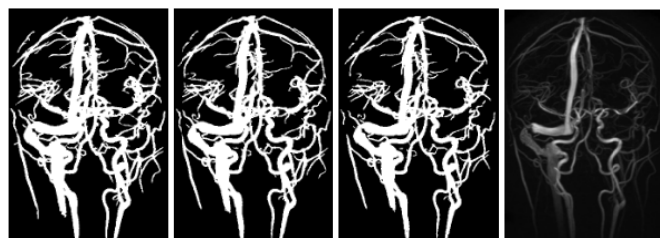
شکل ۹: ستون اول تصاویر سیستم عروق شریانی، ستون دوم تا چهارم به ترتیب نتایج مربوط به روشهای TFA، TFAE، SA و SRGA.

پیشیده تر می‌کند. تصویر موجود در سطر اول نگاشت تصویر سه بعدی در جهت محور Z، تصویر موجود در سطر دوم در جهت محور X و تصویر سطر سوم در جهت محور Y است. در نتایج سطر اول، نتیجه روش TFA و روش SA تقریباً یکسان اند ولی روش TFAE نتیجه‌ای با کیفیت پایین دارد چون عروق را بصورت غیرعادی و ضخیم استخراج کرده است. در این میان نتیجه بدست آمده از روش SRGA نتیجه بهتری است چون نوک عروق را بصورت کامل پیوسته بدست آورده است. در نتایج سطر دوم روش TFAE نتیجه ضعیف‌تری نسبت به تمام روش‌ها دارد. با توجه به عروق داخل کادرهای زرد رنگ، روش SA بریدگی‌های کم‌تری نسبت به روش TFA در تشخیص عروق دارد و در نهایت بوضوح روش SRGA بهترین نتیجه را در بین این روش‌ها بدست آورده است که برای نمونه یک کادر سبز رنگ برای اثبات این برتری رسم شده است. در سطر سوم نیز کم‌ترین تشخیص عروق را TFAE انجام داده است و نتایج TFA و SA تقریباً یکسان ولی SRGA در تشخیص عروق ریز مخصوصاً در انتهای عروق قوت خود را نشان داده است. برای برجسته کردن این برتری کادرهای سبز رنگی روی نتیجه SRGA رسم کرده‌ایم.

مثال ۶: شکل ۸ تصاویر آنژیوگرافی تشدید مغناطیسی از عروق مغز و گردن را نشان می‌دهند. ویژگی مهم این تصاویر پیشگی بودن عروق و روی هم افتادگی عروق در آنهاست. این تصاویر اندکی بلور و کنتراست پایین نیز دارند که کار قطعه‌بندی را سخت‌تر می‌کند. این تصاویر از [۴۰] گرفته شده است. پارامترهایی که برای روش SA و SRGA بکار برده‌ایم، $\epsilon = 0.001, T = 0.05$ هستند. در مقایسه نتایج سطر اول، کادرهای رسم شده روی نتایج مربوط به روشهای SA و TFA نمونه‌ای از برتری SA نسبت به TFA است. نتیجه TFAE برتری‌های شبیه به نتیجه SA نسبت به TFA دارد.



شکل ۷: ستون اول تصاویر اصلی، ستون دوم تا چهارم به ترتیب نتایج مربوط به روشهای TFA، TFAE، SA و SRGA.



(آ) تصویر اصلی (ب) $T=0.1$ (ج) $T=0.2$ (د) $T=0.3$



(آ) تصویر اصلی و (ب) تا (ح) نتایج SRGA با مقادیر مختلف برای پارامتر T

شکل ۱۱: (آ) تصویر اصلی و (ب) تا (ح) نتایج SRGA با مقادیر مختلف برای پارامتر T

۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادات

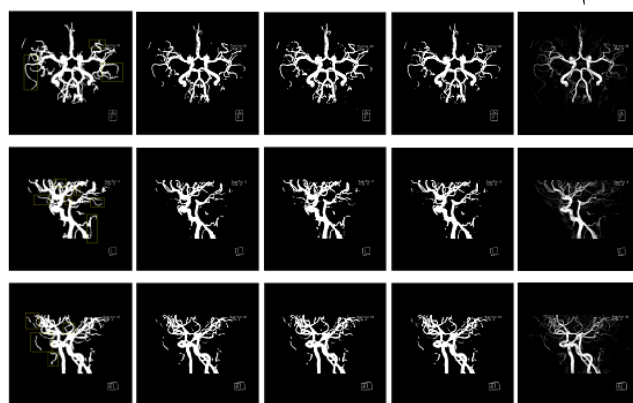
در این مقاله با توجه به ویژگی متصل بودن عروق خونی به همدیگر در تصاویر MRA یک الگوریتم رشد ناحیه با بذره‌ای تعیین شده توسط یک تابع خارجی برای استخراج عروق خونی از این تصاویر پیشنهاد شد. الگوریتم پیشنهادی در استخراج عروق با شدت روشنایی نزدیک به پس‌زمینه و دارای لبه‌های ضعیف عملکرد بسیار فوق‌العاده‌ای دارد. برتری نتایج به‌دست آمده از این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌ها از بین بردن بریدگی‌های نادرست موجود در عروق و استخراج عروق بیشتر است.

در روش پیشنهادی دوم می‌توان مقدار آستانه سراسری موجود در معیار تشابه را خودکار و محلی کرد. همچنین می‌توان این روش را برای به‌دست آوردن نتیجه عالی از تصاویر سه‌بعدی به کاربرد و آن را روی تصاویر دیگری مثل تصاویر اثر انگشت نیز پیاده کرد. با استفاده از این روش برخی روش‌های لبه‌یابی را می‌توان بهبود داد. همچنین از این روش می‌توان در ساختن روش‌های چندفازی بهره‌برد.

قدردانی

در ابتدا بر خود وظیفه می‌دانیم از دانشگاه شهید مدنی آذربایجان بابت حمایت‌های همه‌جانبه از این کار پژوهشی تشکر نماییم. از موسسه تصویربرداری آذر مهر تبریز بابت در اختیار گذاشتن تصاویر متنوع MRA جهت انجام آزمایش‌های عددی، صمیمانه تشکر می‌کنیم.

مثال ۸: تصاویر موجود در شکل ۱۰ تصاویر MRA از سیستم عروق مغزی از زاویه دیدهای مختلف هستند که در موسسه آذر مهر تبریز گرفته شده‌اند. این تصاویر دارای مصنوعات در پس زمینه هستند که رگ خونی نیستند ولی با عروق ریز موجود در تصویر دارای شدت روشنایی یکسانی هستند به همین دلیل روش آستانه‌گیری از عهده این تصاویر بر نمی‌آید. ویژگی دوم این تصاویر این است که در قسمت‌هایی از تصاویر، عروق ریز آنقدر نزدیک پس‌زمینه هستند که روش‌های TFA، TFAE و SA آنها را به صورت بریدگی تشخیص می‌دهند. پارامترهایی که برای روش SA و SRGA بکار برده‌ایم، $\varepsilon = 0.001$ ، $T = 0.1$ هستند. روش‌های TFA، TFAE و SA دقیقاً در قسمت‌های از تصاویر که در بالا گفته شد، ناموفق عمل کرده‌اند حال آنکه روش SRGA این قسمت از تصاویر را به خوبی تشخیص داده است. نقاط قوت نتیجه روش SRGA را با رسم کادرهای زرد رنگ روی آنها نشان داده‌ایم.



(آ) تصویر اصلی (ب) TFA (ج) TFAE (د) SA (ه) SRGA

شکل ۱۰: ستون اول تصاویر سیستم عروق مغزی، ستون دوم تا چهارم به ترتیب نتایج مربوط به روش‌های TFA، TFAE، SA و SRGA.

۵-۲ بررسی تغییر پارامتر T روی نتایج

پارامتر T، معیار میزان تشابه پیکسل‌ها در الگوریتم رشد ناحیه است تا با استفاده از آن بتوانیم پیکسل‌های مشابه به بذره‌ای اولیه را شناسایی کنیم. لذا هر چه این عدد کوچکتر باشد تشابه کوچکتر بوده و در نهایت پیکسل‌های کمتری به عنوان عروق شناسایی خواهند شد و بالعکس هر چه این مقدار این پارامتر بیشتر باشد، بازه تشابه بزرگتر بوده و لذا پیکسل‌های بیشتری به عنوان عروق شناسایی خواهند شد. با توجه به مثال‌ها مقدار پارامتر T برای تصاویر MRA حدوداً در بازه $[0/01, 0/1]$ قرار دارد که این بازه بصورت تجربی شناسایی شده‌است و به تصویر وابسته است. هر چه به انتهای بازه نزدیکتر می‌شود، نتیجه به قطعه‌بندی زاید نزدیکتر شده و هر چه این مقدار به ابتدای بازه نزدیکتر شود، تشخیص عروق بصورت ناقص اتفاق خواهد افتاد. در شکل ۱۱ اثر تغییرات پارامتر تشابه الگوریتم رشد ناحیه را روی یکی از تصاویر مثال ۶ نشان داده شده است.

مراجع

- eigenvectors,” in Pattern Recognition and Image Analysis (IPRIA), 2015 2nd International Conference on, pp. 1–8, IEEE, 2015.
- [15] S. Häuser and G. Steidl, “Convex multiclass segmentation with shearlet regularization,” *International Journal of Computer Mathematics*, vol. 90, no. 1, pp. 62–81, 2013.
- [16] X. Cai, R. H. Chan, S. Morigi, and F. Sgallari, “Framelet-based algorithm for segmentation of Tubular structures,” in *International Conference on Scale Space and Variational Methods in Computer Vision*, pp. 411–422, Springer, 2011.
- [17] X. Cai, R. Chan, S. Morigi, and F. Sgallari, “Vessel segmentation in medical imaging using a tight frame-based algorithm,” *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 6, no. 1, pp. 464–486, 2013.
- [18] N. Aghazadeh and L. S. Cigaroudy, “A multistep segmentation algorithm for vessel extraction in medical imaging,” *arXiv preprint arXiv:1412.8656*, 2014.
- [19] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, “Image processing,” *Digital image processing*, vol. 2, 2007.
- [20] O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, vol. 7. Springer, 2003.
- [21] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing: the sparse way*. Academic press, 2008.
- [22] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets*. SIAM, 1992.
- [23] R. H. Chan, T. F. Chan, L. Shen, and Z. Shen, “Wavelet algorithms for high-resolution image reconstruction,” *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 24, no. 4, pp. 1408–1432, 2003.
- [24] D. L. Donoho, “De-noising by soft-thresholding,” *IEEE transactions on information theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613–627, 1995.
- [25] K. Soman, *Insight into wavelets: From theory to practice*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2010.
- [26] G. Kutyniok et al., *Shearlets: Multiscale analysis for multivariate data*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [27] E. Candès, L. Demanet, D. Donoho, and L. Ying, “Fast discrete curvelet transforms: Multiscale emodeling & simulation, 5, no. 3, 861–899,” 2006.
- [28] K. Guo, G. Kutyniok, and D. Labate, “Sparse multidimensional representations using anisotropic dilation and shear operators,” 2006.
- [29] Z. Dan, X. Chen, H. Gan, and C. Gao, “Locally adaptive shearlet denoising based on bayesian map estimate,” in *Image and Graphics (ICIG), 2011, Sixth International Conference on*, pp. 28–32, IEEE, 2011.
- [30] D. Donoho and G. Kutyniok, “Geometric separation using a wavelet-shearlet dictionary,” in *SAMPTA'09*, pp. Special-session, 2009.
- [31] G. R. Easley, D. Labate, and F. Colonna, “Shearlet-based total variation diffusion for denoising,” *IEEE Transactions on Image processing*, vol. 18, no. 2, pp. 260–268, 2009.
- [1] T. F. Chan and L. A. Vese, “Active contours without edges,” *IEEE Transactions on image processing*, vol. 10, no. 2, pp. 266–277, 2001.
- [2] B. E. Chapman, J. O. Stapelton, and D. L. Parker, “Intracranial vessel segmentation from time-of-flight mra using pre-processing of the mip z-buffer: accuracy of the zbs algorithm,” *Medical Image Analysis*, vol. 8, no. 2, pp. 113–126, 2004.
- [3] J. Chen and A. A. Amini, “Quantifying 3-d vascular structures in mra images using hybrid pde and geometric deformable models,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 23, no. 10, pp. 1251–1262, 2004.
- [4] B. Dong, A. Chien, and Z. Shen, “Frame based segmentation for medical images,” *Commun. Math. Sci*, vol. 32, no. 4, pp. 1724–1739, 2010.
- [5] E. Franchini, S. Morigi, and F. Sgallari, “Segmentation of 3d tubular structures by a pde Based anisotropic diffusion model,” in *MMCS*, pp. 224–241, Springer, 2008.
- [6] A. Gooya, H. Liao, K. Matsumiya, K. Masamune, Y. Masutani, and T. Dohi, “A variational method for geometric regularization of vascular segmentation in medical images,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 17, no. 8, pp. 1295–1312, 2008.
- [7] K. Krissian, G. Malandain, N. Ayache, R. Vaillant, and Y. Troussel, “Model-based detection of tubular structures in 3d images,” *Computer vision and image understanding*, vol. 80, no. 2, pp. 130–171, 2000.
- [8] L. M. Lorigo, O. D. Faugeras, W. E. L. Grimson, R. Keriven, R. Kikinis, A. Nabavi, and C.-F. Westin, “Curves: Curve evolution for vessel segmentation,” *Medical image analysis*, vol. 5, no. 3, pp. 195–206, 2001.
- [9] K. Sum and P. Y. Cheung, “Vessel extraction under non-uniform illumination: a level set approach,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 55, no. 1, pp. 358–360, 2008.
- [10] P. Yan and A. A. Kassim, “Segmentation of volumetric mra images by using capillary active contour,” *Medical Image Analysis*, vol. 10, no. 3, pp. 317–329, 2006.
- [11] D. Zonoobi, A. A. Kassim, and W. Shen, “Vasculature segmentation in mra images using gradient compensated geodesic active contours,” *Journal of Signal Processing Systems*, vol. 54, no. 13, pp. 171–181, 2009.
- [12] D. Cremers, M. Rousson, and R. Deriche, “A review of statistical approaches to level set segmentation: integrating color, texture, motion and shape,” *International journal of computer vision*, vol. 72, no. 2, pp. 195–215, 2007.
- [13] C. Kirbas and F. Quek, “A review of vessel extraction techniques and algorithms,” *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 36, no. 2, pp. 81–121, 2004.
- [14] L. S. Cigaroudy and N. Aghazadeh, “A binary segmentation algorithm based on shearlet Transform and

- network," Artificial intelligence in medicine, vol. 88, pp. 1-13, 2018.
- [48] O. Ronneberger, P. Fischer, and T. Brox, "U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation," in International Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention, pp. 234-241, Springer, 2015.
- [49] S. Arivazhagan and L. Ganesan, "Texture segmentation using wavelet transform," Pattern Recognition Letters, vol. 24, no. 16, pp. 3197-3203, 2003.
- [50] M. Unser, "Texture classification and segmentation using wavelet frames," IEEE Transactions on image processing, vol. 4, no. 11, pp. 1549-1560, 1995.
- [51] N. T. Binh, "Increasing the segmentation of retinal blood vessels in shearlet domain," in International Conference on the Development of Biomedical Engineering in Vietnam, pp. 357-361, Springer, 2017.
- [52] Y. Guo, U. Budak, A. Sengur, and F. Smarandache, "A retinal vessel detection approach based on shearlet transform and indeterminacy filtering on fundus images," Symmetry, vol. 9, no. 10, p. 235, 2017.
- مهدی میرزافام** مدرک کارشناسی (۱۳۸۹) خود را در رشته دبیری ریاضی و کارشناسی ارشد (۱۳۹۱) خود را در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه شهید مدنی آذربایجان اخذ نمود. ایشان هم اکنون دانشجوی دکتری ریاضی کاربردی با زمینه پردازش تصویر (قطعه‌بندی) می‌باشد.
- ناصر آقازاده** مدرک کارشناسی (۱۳۷۷) خود را در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه تبریز و کارشناسی ارشد (۱۳۷۹) و دکتری (۱۳۸۶) خود را در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه علم و صنعت ایران اخذ نمود. در سال ۱۳۸۶ به عنوان استادیار به استخدام دانشگاه شهید مدنی آذربایجان درآمد. ایشان در سال ۱۳۹۲ آزمایشگاه پردازش تصویر را در دانشگاه شهید مدنی آذربایجان تأسیس نمود. همچنین ایشان یک سال (۱۳۹۵-۱۳۹۶) در انستیتوی ریاضی دانشگاه صنعتی برلین به عنوان استاد مهمان مشغول تحقیق بوده است. ایشان هم اکنون استاد تمام گروه ریاضی کاربردی دانشگاه شهید مدنی آذربایجان می‌باشد.
- [32] S. Yi, D. Labate, G. R. Easley, and H. Krim, "A shearlet approach to edge analysis and detection," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 18, no. 5, pp. 929-41, 2009.
- [33] S. Häuser and G. Steidl, "Fast finite shearlet transform," arXiv preprint arXiv:1202.1773, 2012.
- [34] G. Kutyniok, M. Shahram, and X. Zhuang, "Shearlab: A rational design of a digital parabolic scaling algorithm," SIAM Journal on Imaging Sciences, vol. 5, no. 4, pp. 1291-1332, 2012.
- [35] "Shearlab" www.shearlab.org Accessed:2018-11-30.
- [36] B. Dong, Z. Shen, et al., "Mra based wavelet frames and applications," IAS Lecture Notes Series, Summer Program on "The Mathematics of Image processing", Park City Mathematics Institute, vol.19, 2010.
- [37] M. Mirzafam and N. Aghazadeh, "A three-stage shearlet-based algorithm for vessel segmentation in medical imaging,".
- [38] H.-K. Zhao, T. Chan, B. Merriman, and S. Osher "A variational level set approach to multiphase motion," Journal of computational physics, vol. 127, no. 1, pp. 179-195, 1996.
- [39] P. Buenestado and L. Acho, "Image segmentation based on statistical confidence intervals," Entropy, vol. 20, no. 1, p. 46, 2018.
- [40] "Dataset of medical images." <http://www.osirixviewer.com> Accessed:2018-11-30.
- [41] T. McInerney and D. Terzopoulos, "Deformable models in medical image analysis: a survey," Medical image analysis, vol. 1, no. 2, pp. 91-108, 1996.
- [42] H. Hassan and A. A. Farag, "Cerebrovascular segmentation for mra data using level sets," in International Congress Series, vol. 1256, pp. 246-252, Elsevier, 2003.
- [43] H. Scherl, J. Hornegger, M. Prummer, and M. Lell, "Semi-automatic level-set based segmentation and stenosis quantification of the internal carotid artery in 3d cta data sets," Medical image analysis, vol. 11, no.1, pp. 21-34, 2007.
- [44] M. Melinscak, P. Prentasac, and S. Loncaric, "Retinal vessel segmentation using deep neural networks," in 10th International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2015), 2015.
- [45] Q. Li, B. Feng, L. Xie, P. Liang, H. Zhang, and T. Wang, "A cross-modality learning approach for vessel segmentation in retinal images," IEEE Transactions on medical imaging, vol. 35, no. 1, pp.109-118, 2015.
- [46] H. Fu, Y. Xu, S. Lin, D. W. K. Wong, and J. Liu, "Deepvessel: Retinal vessel segmentation via deeplearning and conditional random field," in International conference on medical image computing and computer-assisted intervention, pp. 132-139, Springer, 2016.
- [47] A. Fabijanska, "Segmentation of corneal endothelium images using a u-net-based convolutional neural